

Школьный этап всероссийской олимпиады школьников по математике

10 класс

10.1 Вычислите:

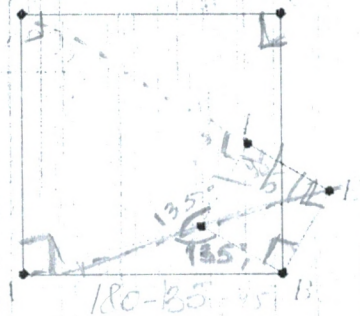
$$\frac{(2008 \cdot 2028 + 100)(1998 \cdot 2038 + 400)}{2018^4}$$

10.2 Для $0 < y < x < 1$ докажите, что

$$\frac{x - y}{1 - xy} < 1.$$

10.3 В каждой вершине куба написано число 1 или число -1 . На каждой грани куба написана сумма четырёх чисел, написанных в вершинах этой грани. Может ли оказаться, что все числа, написанные на гранях, различны?

10.4 Квадраты $ABCD$ и $BEFG$ расположены так, как показано на рисунке. Оказалось, что точки A , G и E лежат на одной прямой. Докажите, что тогда точки D , F и E также лежат на одной прямой.



10.5 Двое по очереди проводят на плоскости прямые, причем дважды одну прямую проводить нельзя. Выигрывает тот, после хода которого число кусков, на которые плоскость разбита проведенными прямыми, впервые разделится на 5. Кто выигрывает при правильной игре: тот, кто ходит первым, или его партнер, и как ему для этого надо играть?

Задача 10.5.

Ильинская Вера 10-04

Если пахнет выигрышем тот кто ходит первым то он должен во время своего второго хода пересечь две прямые уже находящиеся на плоскости, а если он этого не сделает, то победит тот кто ходит вторым. + Ж.

Задача 10.3

Кет. не может такого быть, ведь есть у куба 6 граней, а все эти шари могут быть -1 и 1 в разных комбинациях дают всего 5 разных результатов.

$$-1-1-1-1=-4$$

$$-1-1-1+1=-2$$

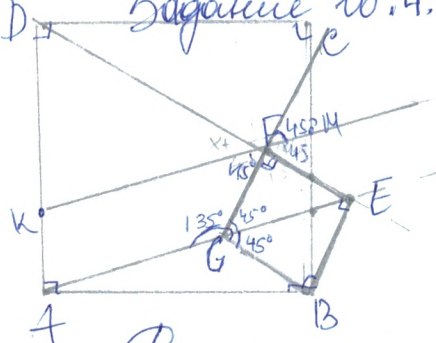
$$-1-1+1+1=0$$

$$-1+1+1+1=2$$

$$1+1+1+1=4$$

+ Ж.

Задача 10.4.



Дано: ABCD и BEFG - квадраты.

точки A, G, E - лежат на одной прямой.

Показать: точки D, F, E - лежат на одной прямой (или $\angle DFE = 180^\circ$)

Покажем что:

1) Проведем AGE - прямую ($\angle AGE = 180^\circ$), GE - диагональ квадрата FGBE \Rightarrow

$$\Rightarrow \angle FGE = \angle EGB = 45^\circ \Rightarrow \angle AGF = 180^\circ - 45^\circ = 135^\circ$$

2) Проведем ~~AE~~ KM \parallel AE. GF - секущая $\Rightarrow \angle KFG = 180 - 135 = 45^\circ$ (м. к. $\angle KFG$ и $\angle AGE$ - соотв. при $KM \parallel AE$ и секущей FG,

продлим GF - сторону квадрата. $\angle CFM = 45 \angle KFG = 45^\circ$ - вертикальные. \Rightarrow

$$\Rightarrow \angle MFE = 90 - 45 = 45^\circ \Rightarrow \angle KFD = 45^\circ \text{ (вертикальные)} \Rightarrow$$

$\angle DFE = 45 + 45 + 90 = 180^\circ \Rightarrow$ D, F, E точки D, F, E лежат на одной прямой ч.т.д.

+ Ж.

215.